| Classe : 1ᵉʳS1<br>Prof : Mestiri Lotfi | Devoir de Synthèse N°1<br>Mathématiques | Lycée Taher Sfar Mahdia<br>A.S :2020&2021 |
|---|---|---|

**EXERCICE N° 1 :** (4 points)

**Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte, laquelle ? Indiquer la lettre correspondante à la réponse choisie.**

1) L'inverse de $\sqrt{5}$ est : a) $-\sqrt{5}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

2)si $x$ une mesure d'un angle aigu alors $1+\tan^2(x) =$ :

a) $\frac{1}{\cos(x)}$ b) $\frac{1}{\cos^2(x)}$ c) $\frac{1}{\tan(x)}$

3) Si $ABC$ un triangle rectangle en $B$ alors :

a) $\sin^2(\widehat{BAC})-\cos^2(\widehat{BAC})=1$ b) $\sin^2(\widehat{BAC})+\cos^2(\widehat{ACB})=1$ c) $\sin^2(\widehat{BAC})+\sin^2(\widehat{ACB})=1$

4) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\dots\left(1-\frac{1}{2020}\right)=$ : a) $\frac{1}{2020}$ b) 0 n c) 1

**EXERCICE N° 2 :** (2 points)

Soient x et y deux réels strictement positifs :

1) a) Développer $(x-y)^2$ .

b) Déduire que $x^2+y^2 \geq 2xy$ .

c) Comparer Alors $\frac{1}{x^2+y^2}$ et $\frac{1}{2xy}$ .

2) Démontrer que $\frac{x+y}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ .

**EXERCICE N° 3 :** (7 points)

Soit les nombres suivants :

$$A=\frac{(2^3)^{-1}(2\sqrt{5})^3(\sqrt{5})^{-2}+0.02\times 10^2}{2^3} \quad \text{et} \quad B=\sqrt{125}-\sqrt{3}\sqrt{75}+\sqrt{45}-1$$

1) a) Montrer que $A=\frac{\sqrt{5}+2}{8}$ et $B=8\sqrt{5}-16$

b) Montrer que $A$ *et* $B$ sont inverses.

c) Calculer $A^{2021}B^{2020}$ .

2) Soit $x$ un réel tel que $x \in [-1,1]$ et l'expression $E=\frac{2x+8}{x^2+5}-\frac{3}{2}$

a) Encadrer $|x|$ puis déduire un encadrement de $x^2$ d'amplitude 1 .

b) Encadrer $(2x+8)$ et $(x^2+5)$

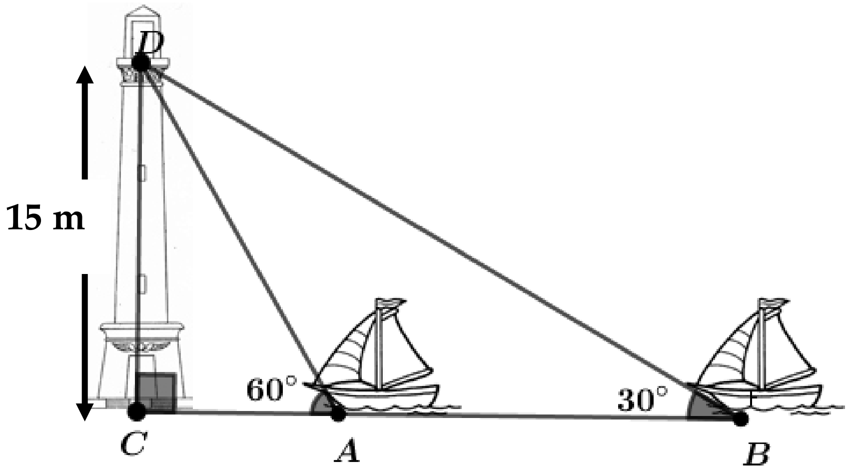
c) Montrer que $1 \leq \frac{2x+8}{x^2+5} \leq 2$ .

d) Déduire que $|E| \leq \frac{1}{2}$.

**EXERCICE 4 :** (1 points)

On considère la figure ci-contre tels que DC=15m , $\widehat{DAC} = 60°$ et $\widehat{DBC} = 30°$

Calculer AB la distance séparant les deux bateaux :




**EXERCICE N°5 :** (6 points)

Soit ( C ) un cercle de centre O de diamètre [BC] et de rayon 2 .

Soit A un point de ( C ) tel que $\widehat{AOC} = 30°$ et H le projeté Orthogonal de A sur [BC].

1) a) Montrer que AH=1 .

b) Calculer OH .

c) Vérifier que $BH = 2 + \sqrt{3}$ .

2)a) Montrer que $8 + 4\sqrt{3} = 2(\sqrt{3} + 1)^2$

b) Montrer que $AB = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

3) a ) Montrer que $\widehat{ABC} = 15°$.

b) Montrer que $tan(15°) = 2 - \sqrt{3}$

4) a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .

b) Montrer que $AC = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

c) Déduire que $sin(15°) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

| Angle (x) | 30° | 45° | 60° |
|---|---|---|---|
| Sin(x) | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| Cos(x) | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| Tan(x) | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |